Челябинский политехнический институт имени Ленинского комсомола
ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ЭЛЕКТПРОПРИВОДОВ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН И ВЕНТИЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ
Тематический сборник научных трудов № 124
Под редакцией кандидатов технических наук проф. В.А.Лифанова и доц. С.Д.Левинтова
Челябинск
1973

ОСОБЕННОСТИ РЕЛЕЙНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПЕРЕМЕННОГО НАПРАЖЕНИЯ

Инж. С.П.Лохов

В тиристорных число-импульсных регуляторах переменного напряжения с инерционной релейной обратной связью по мощности (напряжению, току) нагрузки и с естественной коммутацией тиристоров широтно-импульсная модуляция напряжения и стабилизация его осуществляется одновременно и технически просто [1]. В работе [2] показано, что применение в цепи обратной связи подобных регуляторов интегратора и реле без гистерезиса достигаются предельно возможные статические показатели число-импульсного регулирования переменного напряжения. Такими показателями являются: наименьшее интегральное отклонение среднего значения мощности нагрузки от заданной за любой промежуток времени, линейная зависимость среднего значения мощности нагрузки от задающего воздействия (регулировочная характеристика), минимальные колебания регулируемой величины нагрузки. Поскольку создать интеграторы с очень большим временем запоминания практически невозможно, возникает вопрос о степени ухудшения статических показателей регулятора при замене интегратора апериодическим звеном.

С точки зрения теории автоматического регулирования, релейный регулятор переменного напряжения представляет собой нелинейную импульсную систему. Нелинейную, потому что в ней имеется релейной элемент (РЭ); импульсную, потому, что в ней имеются тиристоры, которые при число-импульсном регулировании переменного напряжения с естественной коммутацией включаются и отключаются только в фиксированные моменты времени, следующие через период напряжения сети T_c и выполняют все функции импульсного элемента (ИЭ). Структурная схема релейного регулятора (рис. 1), помимо ЗЭ и ИЭ, содержит непрерывную часть, представленную апериодическим звеном с постоянной времени T, и элемент сравнения на входе РЭ.

Управляющий сигнал u на входе элемента сравнения является разностью постоянного во времени задающего воздействия x и выходной величины y непрерывной части. В моменты времени, соответствующие смене знака u с отрицательного на положительный и наоборот, РЭ включается или отключается

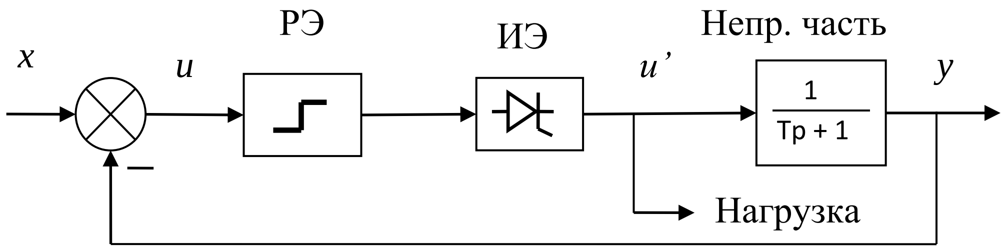

Рис. 1. Структурная схема релейного регулятора переменного напряжения

без запаздываний и подает команды на включение или отключение ИЭ. ИЭ выполняет команду и передает ее на непрерывную часть не сразу, а в ближайший фиксированный момент времени. Модулированный сигнал u' в реальном регуляторе представляет собой импульсы мощности нагрузки. В структурной схеме (см. рис. 1) сигнал u' принимает мгновенные значения "0" и "1", а его среднее значение соответствует средней мощности нагрузки, выраженной в относительных единицах. Апериодическое звено не изменяет среднего значения сигнала на его входе, поэтому среднее значение выходной величины $y_{ср}$ совпадает со средним значением $u'_{ср}$.

Поскольку состояние ИЭ может изменяться только в фиксированные моменты времени $t/T = i$ ($i = 0, 1, 2...$), процессы в системе описываются разностными уравнениями и функциями, задаваемыми только в эти моменты времени. В дальнейшем все величины, характеризующие состояние системы, берутся в относительных единицах. Базовым режимом считается состояние полного включения регулятора, за базу времени принят период напряжения сети.

$$u'(i, i+1) = \begin{cases} 0 & \text{при } u(i) < 0, \\ 1 & \text{при } u(i) > 0; \end{cases} \tag{1}$$

$$y(i+1) = u'(i) + [y(i) - u'(i)]\, e^{-1/T}; \tag{2}$$

$$u(i) = x(i) - y(i)\ . \tag{3}$$

Из выражения (2) получается разностное уравнение, связывающее выходную величину с ее первой разностью Δy:

$$b\,\Delta y(i) + y(i) = u'(i), \tag{4}$$

где

$$b = 1/(1 - e^{-1/T}). \tag{5}$$

Уравнения (1), (3) и (4) полностью описывают процессы, происходящие в системе.

Для исследования систем, описываемых разностными уравнениями, предлагается использовать разностную плоскость [3]. Несколько упрощает построения на разностной плоскости метод точечных преобразований ее, применяемый обычно для неимпульсных систем [4]. При точечном преобразовании определенному значению выходной величины y_0 в фиксированный момент времени t_0 ставится в соответствие значение y_i в один из последующих моментов времени $t_0 + i$ при наложении определенных ограничений на условия переключения с траектории на траекторию. Если переключения отсутствуют, из уравнения (4) следует

$$y_i = u' - (u' - y_0)(1 - 1/b)^{i}\,. \tag{6}$$

В соответствии с выражением (6) построены (рис. 2) два пучка прямых точечных преобразований, соответствующих двум значениям u' (1). Построения можно производить либо при известном задающем воздействии, либо при известном среднем значении выходной величины.

При известном задающем воздействии на расстоянии x от начала координат параллельно оси ординат проводится линия переключений. Процессы строятся повторением отображения y_1 на y_0 (например, при $u' = 1$ до пересечения линии переключений, после чего те же отображения строятся при $u' = 0$). Для упрощения построения графических повторных отображений используется биссектриса координатного угла, являющаяся отображением оси абсцисс самой на себя. Построения ведутся до получения замкнутого цикла. $y_{ср}$ определяется отношением числа прямоугольных изломов диаграммы замкнутого цикла над биссектрисой (это является количеством импульсов мощности нагрузки за цикл) к общему числу изломов. Изломы на биссектрисе в учет не принимаются.

При известном среднем значении выходной величины, выраженной несократимой дробью, построения ведутся при условии соответствия чисел изломов над и под биссектрисой до получения замкнутого цикла.

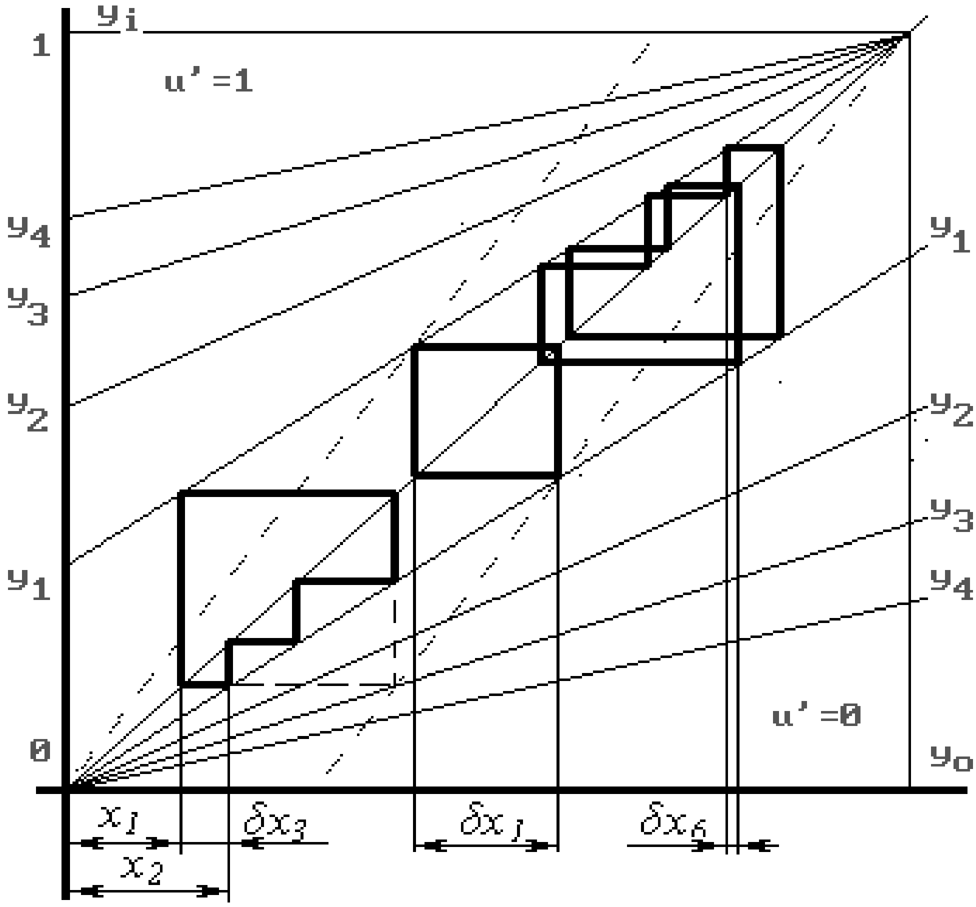

Рис. 2. Точечные преобразования процессов
в релейном регуляторе

Следует учитывать, что при $x < 0.5$ регулятор работает в одноимпульсном режиме, один импульс мощности длительностью «1» чередуется с одной или несколькими паузами такой же длительности (пропуск сразу двух импульсов невозможен), а при $x > 0.5$ – в однопаузном [2]. В соответствии с этим $y_{ср}$ может принимать только определенные значения:

для одноимпульсного режима –

$$y_{ср} = 1/(i+1); \qquad (7)$$

для однопаузного режима –

$$y_{ср} = i/(i+1); \qquad (8)$$

где $i = 1, 2, 3\ldots$

Прочие значения $y_{ср}$ могут быть получены только в режиме сложных колебаний. На рис. 2 приведены три примера замкнутых циклов: $y_{ср} = 1/4$; $y_{ср} = 1/2$; $y_{ср} = 5/7$. Цикл 5/7 соответствует режиму сложных однопаузных колебаний: два импульса, пауза, три импульса, пауза. Нахождение простых циклов колебаний упрощают вспомогательные линии (рис. 2 – штриховые линии), образующие с прямыми y1 углы, биссектрисы которых совпадают с биссектрисой координатного угла. Точка пересечения вспомогательной линии с любой из линий семейства (6) соответствует вершине квадрата, построенного на диаграмме простого цикла колебаний со средним значением выходной величины по формуле (7), если точка пересечения ниже биссектрисы, и по формуле (8) – если выше. При этом величина i в выражении (6) такая же, как и в формуле (7) или (8).

Из анализа диаграмм, построенных при известных значениях $y_{ср}$ следует, что при релейном регулировании переменного напряжения с апериодической частью в канале обратной связи в регулировочной характеристике регулятора появляются зоны нечувствительности. Так, например, простому циклу колебаний при $y_{ср} = 1/4$ не помешают изменения задающего воздействия от x_1 до x_2, так как условие переключения (1) не нарушается. Описанная методика нахождения простых циклов с помощью вспомогательной линий позволяет из анализа геометрически подобных треугольников определить ширину зоны нечувствительности δx_i, соответствующую определенным средним значениям выходной величины, рассчитанным по выражениям (7), (8):

$$\delta x_i = (1/b^2)\,\frac{(1 - 1/b)^{i-1}}{1 - (1 - 1/b)^{i+1}}. \tag{9}$$

Согласно соотношению (9) величина зоны нечувствительности простого цикла определяется как параметрами непрерывной части (5), так и величиной периода повторяемости цикла $T_ц$:

$$T_ц = i + 1. \tag{10}$$

Графические построения процессов при сложных колебаниях показывают, что величины зон нечувствительности сложных циклов зависят только от $T_ц$ и определяется по формуле (9). Так, например, зона нечувствительности сложного цикла $y_{ср} = 5/7$ (δx_6 на рис. 2) получается такой же, как и зона нечувствительности простого цикла при $y_{ср} = 1/7$.

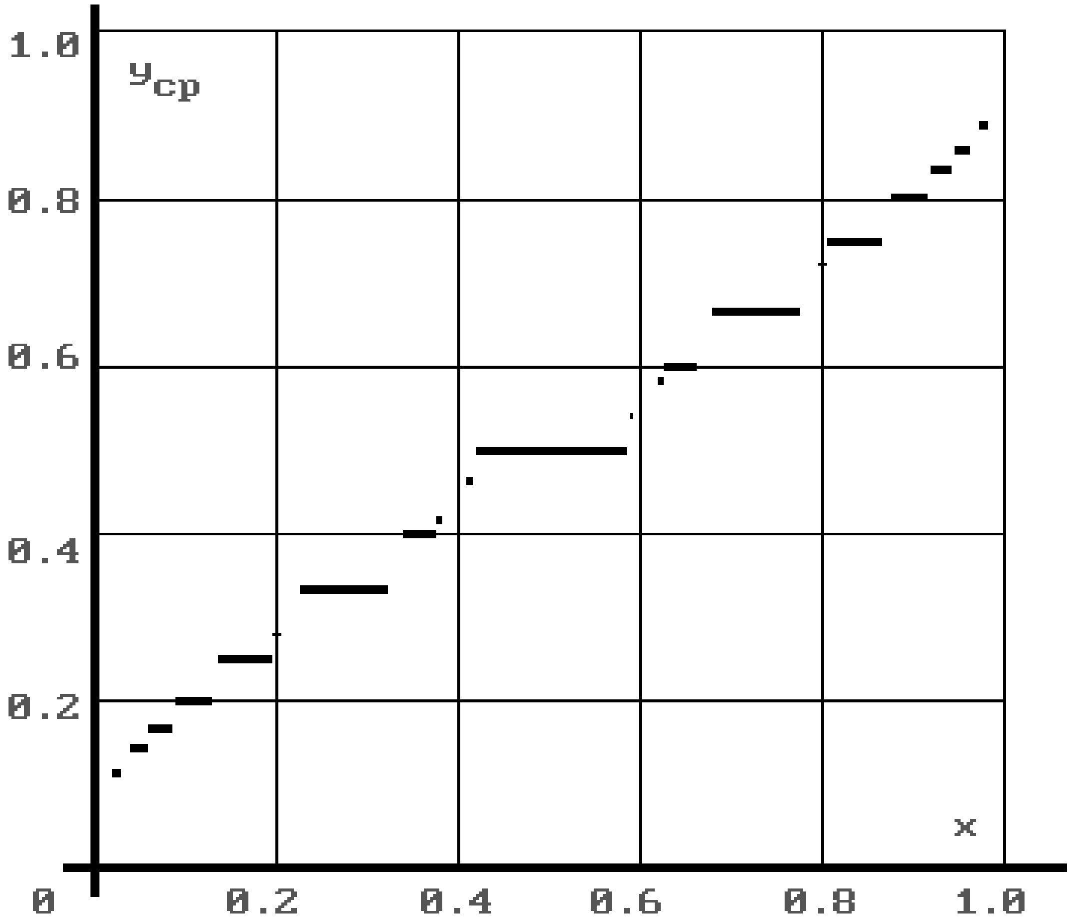

Рис. 3. Регулировочная характеристика
релейного регулятора переменного напряжения

Самая большая зона нечувствительности δx_1 соответствует простому циклу при $y_{ср} = 1/2$. При относительно больших значениях постоянной времени апериодического звена из уравнений (5), (9) может быть получено простое приближенное выражение для определения величины наибольшей зоны нечувствительности:

$$\delta x_1 \approx 1/2T. \qquad (11)$$

По описанной графоаналитической методике построена регулировочная характеристика число-импульсного регулятора переменного напряжения при $1/T \approx 0.35$ (рис. 3). На графике отражены только крупные зоны нечувствительности, соответствующие как простым, так и сложным циклам. Участки разрыва характеристики заполняются мелкими зонами нечувствительностей все более сложных циклов, так что характеристика получается непрерывной в области рациональных чисел. Однако такое сочетание пологих участков характеристики с очень крутыми делает практически невозможным плавное регулирование средней мощности нагрузки при неправильном выборе величины постоянной времени апериодического звена. Увеличение постоянной времени приближает регулировочную характеристику релейного регулятора переменного напряжения к линейной. При практических расчетах выбор постоянной времени непрерывной части можно производить с помощью формулы (11) по допустимой величине максимальной зоны нечувствительности.

Выводы

1. Применение разностных уравнений в сочетании с методом точечных преобразований позволяет достаточно просто анализировать процессы при релейном регулировании переменного напряжения.
2. Регулировочная характеристика релейного регулятора переменного напряжения состоит из бесконечного числа зон нечувствительности, оставаясь при этом непрерывной.
3. При увеличении постоянной времени непрерывной части регулировочная характеристика приближается к линейной.
4. Результаты теоретического анализа подтверждены экспериментальными исследованиями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гельман М.В., Кора Г.Н., Лохов С.П., Цыганкова Г.А. Исследование тиристорного регулятора мощности. – В сб. № 70 «Вентильные преобразователи в энергетических установках». Челябинск, ЧПИ, 1970.
2. Гельман М.В., Лохов С.П. Регулировочные свойства релейного регулятора переменного напряжения. – В сб. № 108 «Исследования автоматизированных электроприводов, электрических машин и вентильных преобразователей», Челябинск, ЧПИ, 1972.
3. Эйзелтайн Д.А. Исследование нелинейных импульсных систем при помощи разностной фазовой плоскости. Труды I Международной федерации по автоматическому управлению. теория дискретных, оптимальных и самонастраивающихся систем. М., АН СССР, 1961.
4. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Под ред. Солодовникова В.В. Кн. 3, часть 1. М., «Машиностроение», 1969.

Прошло 40 лет

В 1973 году я проводил расчеты на калькуляторе и миллиметровке. Сейчас появились ЭВМ. Вывод после формулы (10) теперь подтвержден численными расчетами на ЭВМ с точностью до 6-го знака. С такой же точностью подтверждена формула (9). Это является подтверждением выводов «на примерах», но не математическим доказательством. Позже я менял «Непрерывную часть», получал иначе изогнутые лестницы, но главное интересное качество характеристик сохранялось.

Еще позже я нашел «лестницу Кантора» или «чертову лестницу», или «лестницу дьявола». Посмотрите на нее в Интернете, сравните с рис. 3. Она была открыта раньше «лестницы Лохова» лет на 100. Она открыла «Канторовы множества», явилась простым примером фрактала.

В 1973 году я ничего этого не знал. А тогда я осознал, что открыл нечто важное, что обязательно должно быть в математике. Консультации на кафедрах математики ЧПИ и ЧГПИ ничего не дали. Тогда математики Челябинска не слышали об этом. Я взял на диплом студента-математика из ЧГПИ, приказал ему ничего не исследовать, идти в библиотеку, начать поиски в зарубежной литературе. Студент попал умный, но ленивый. Он предпочел сидеть дома, исследовать «лестницу Лохова». Он «открыл» много интересного, блестяще защитил диплом, произвел впечатление на комиссию,... но все это было впустую. Время было упущено.

О фракталах я узнал гораздо позже, когда пошел бум от них в России. Я сделал доклад на кафедре математики ЮУрГУ (бывший ЧПИ), где ученые посмеялись над «открытием велосипеда». Я пытался рассказать, насколько «лестница Лохова» богаче «лестницы Кантора», но никто меня не слушал. Сказали, что и «лестница Кантора» не столь важна в математике. Это – пример непрерывной функции с бесконечным числом разрывов, с нулевой производной. Не более. А у математиков сейчас стоят более важные задачи.

Я возражал, что на «лестнице Кантора» полочки соответствуют дробям со знаменателями 2, 4, 8, 16…, а у «Лохова» – **каждое рациональное число имеет свою полочку!** Каждая точка на числовой оси стала полочкой, но всем хватило места от 0 до 1! А как красиво выделяются полочки со знаменателями простых чисел! Налицо подсказки о распределении простых чисел, простое доказательство их бесконечного множества. – Иначе не заткнуть дыры в лестнице. И мы будем знать, где очередная дыра! Тут что-то есть от Эрастофенова решета. Я люблю доказательства с юмором. Тут и детям есть что показать. «Лестница Лохова» не придумана человеком, она подмечена им у Природы! Сколько новых подсказок можно будет найти в этом природном явлении! Тут и вопросы уплотнения информации, и многое другое. Независимые открытия старого позволяют иначе взглянуть на него, обнаружить упущенные нюансы.

На защите докторской диссертации мне посоветовали убрать этот материал из нее как известный, не представляющий научного интереса.

Ау! Математики! Кто хочет получить премию Филдса?! Настоящие математики очень ценят простые вещи от Природы.