The 5th International Conference on Electromechanics, Electrotechnology and Electromantrial Science. Krim, Alushta, 2003.
Труды МКЭЭЭ–2003, Часть II, стр. 346–349.

С.П.Лохов
(Челябинск, Южноуральский госуниверситет)

# РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ НЕЛИНЕЙНОГО ЭЛЕМЕНТА И УПУЩЕННЫЙ РАЗДЕЛ МАТЕМАТИКИ

Определение и правовое закреплению формулы "реактивной мощности нелинейного элемента" Q – экономическая проблема нашего времени [1] и одновременно нерешенная теоретическая задача на стыке математики, физики и электротехники [2]. Международные органы пошли дальше нашего ГОСТ и определили эту мощность формулой С.Фризе ($S^2 = P^2 + D^2$) для квадратов полной, активной и пассивной мощностей одного электроприемника в сети произвольных форм напряжения u и тока i источника [3]. Поскольку мы занимаемся измерениями, используем объединяющий термин "сигналы". Фризе исходил из неравенства Шварца, но неосознанно применил один шаг ортогонализации Грама - Шмидта для одного элемента (вторая строчка в формулах (1)). Следующие шаги процедуры для решения задачи в сложной цепи сделал автор доклада ([4, 5] - со ссылками)

$$
\begin{aligned}
u &= u && = U_{1a} * a_1 && = U_1 * b_1 + U_2 * b_2 + U_3 * b_3 + .. \\
i &= i_a + i_п && = I_{1a} * a_1 + I_{2a} * a_2 && = I_1 * b_1 + I_2 * b_2 + I_3 * b_3 + .. \qquad (1) \\
u_k &= u_{ka} + u_{kп} + u_{kx} && = U_{1ka} * a_1 + I_{2ka} * a_2 + I_{3ka} * a_3 && = U_{1k} * b_1 + I_{2k} * b_2 + I_{3k} * b_3 + .. \\
&\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Здесь $u_k$ - напряжение k-го элемента цепи; $a_1(t)$, $a_2(t)$, $a_3(t)$,..., $b_1(t)$,... – ортогональные формы с единичным действующим значением так, что скалярные произведения $(a_1,a_1) = 1$, $(a_1,a_2) = 0$...; $U_{1a}$, $U_1$,... $I_{3k}$ - действующие значения соответствующих составляющих СО ЗНАКАМИ; ia - активная составляющая тока; iп - его пассивная составляющая, что и является вкладом Фризе. Составляющие определяются по загрузке ИСТОЧНИКА питания, а не по процессам в ЭЛЕКТРОПРИЕМНИКЕ, что принципиально отличает концепцию Фризе от других подходов [2]. Две левые записи в (1) определяют собственно процедуру Грамма–Шмидта разложения сигналов в минимальном базисе, правая указывает на возможность любого большого базиса.

Если для несвязанных ничем составляющих напряжения $U_1$ и тока $I_3$ выполняются законы Кирхгофа, то выполняется баланс псевдомощностей $U_1 * I_3$ между источником и элементами цепи согласно теореме Телледжена, что означает также ортогональность топологических матриц любых напряжений и токов, или их составляющих. Не все псевдомощности или их комбинации обладают свойством инвариантности при линейных преобразованиях сигналов. Самой интересной является инвариант активной мощности

$$P = (u,i) = (u,i_a) = U_{1a}*I_{1a} = U_1*I_1 + U_2*I_2 + U_3*I_3 +..., \quad (2)$$

который обладает свойством АБСОЛЮТНОГО баланса (как любое скалярное произведение двух сигналов в цепи). Это дает нам право выполнить разложения (1) для каждого элемента цепи отдельно. Абсолютность обосновывает возможность применения индивидуальных ваттметров. В записи (2) применена удобная форма записи скалярного произведения (x,y). Если какую-то формулу для энергетических составляющих можно записать в скалярной форме, то она обладает абсолютной инвариантностью. Из (1), (2) следует, что мощность пассивной составляющей равна нулю $(u,i_п) = 0$, значит: 1) она может быть скомпенсирована у электроприемника (Фризе); 2) электроприемник должен заплатить источнику за загрузку его оборудования [1].

Скалярное произведение аппаратно измеряется приборами с двумя обмотками типа ваттметров, инерционность механических систем которых может быть в простейшем случае описана дифуравнением первого порядка, что позволяет определять его в переходных режимах [4]. Через скалярные произведения просто измеряются мощность (2), средние квадраты напряжения $(u,u) = U^2$ и тока $(i,i) = I^2$, но не действующие значения, для чего надо брать противоестественный корень, далее проще измеряется квадрат полной мощности $S^2$.

Запишем сигналы формулы (1) справа в комплексной форме через пока абстрактные мнимые единицы "v" и "a"

$$\underline{U} = U_1*v_1 + U_2*v_2 + U_3*v_3 +...; \ \underline{I} = I_1*a_1 + I_2*a_2 + I_3*a_3 +... \quad (3)$$

при условии $v_1*a_1 = v_2*a_2 = v_3*a_3 = ... = s$, чтобы обеспечить скалярного произведения (2). Подчеркиванием здесь обозначен комплекс (можно назвать его матрицей–столбцом). Тогда формула комплексной мощности с пока неопределенным векторным произведением [x,y]

$$\underline{S} = \underline{U}*\underline{I} = (u,i) + ?*[u,i] = P + ?*D. \quad (4)$$

Классические комплексные числа, кватернионы удовлетворили автора при разложениях по двум и трем функциональным ортам. Инвариантность при любом числе обеспечили мнимые числа Грассманом и Клиффордом с попарной антикоммутативностью

$$v_1*a_2 = –v_2*a_1 = w_{1.2}; \ v_1*a_3 = –v_3*a_1 = w_{1.3};..., \quad (5)$$

произведения n которых порождают $N = n*(n–1)/2$ чисел другой породы, но при $n = 3$, $N = 3$ получается одинаковый с кватернионами результат. Теперь

$$[u,i] = (U_1*I_2 – U_2*I_1)*w_{1.2} + (U_1*I_3 – U_3*I_1)*w_{1.3} +... \qquad (6)$$

Формула (6) может стать определением комплексной реактивной мощности нелинейного элемента в (4), но исследователь может сделать любым число ее членов. Хотя полученные члены обладают инвариантностью, они не выражаются через скалярные произведения.

Выход из тупика оказался простым: не надо искать формулу реактивной мощности, чтобы затем через нее определить участие электроприемника в квадрате полной мощности, надо сразу искать формулу этого участия или его "ответственности за квадрат полной мощности" [4, 5]. После этого мы попадаем в ситуацию, когда "все сходится, все получается" или наступает "момент истины". Конечные формулы имеют так много вариантов записи, что отсылаем вас к [4], например

$$S^2 = S_1^2 +...+ S_k^2 +...; \; S_k^2 = (u,i)(u_k,i_k) + [u,i][u_k,i_k]. \qquad (7)$$

Далее введено понятие идеального трансформатора, напряжение которого изменяется числом витков при одинаковом заполнении окна медью. Дискретным примером может быть трансформатор с двумя полуобмотками, которые переключаются с последовательного соединения на параллельное. Потери в нем оказались пропорциональными именно квадрату полной мощности! Значит можно определить индивидуальную ответственность [7] электроприемника в потерях, нагреве, износе оборудования, интегрировать эту ответственность - чем не возврат к старой идее интегрирования (квадрата) полной энергии! К сожалению, в работе [7] автора упрекают в недоказательстве баланса Телледжена в матричной форме!?... Баланс был отмечен О.Хевисайдом еще в 1883 году, когда не знали матриц.

В полученных формулах (7) участвуют четыре сигнала, что делает результат ОТНОСИТЕЛЬНЫМ, сложным для измерения. Собственно в учебниках ТОЭ доказывается относительный баланс реактивных мощностей после разложению всех сигналов цепи в едином базисе по синусным и косинусным составляющим. В учебных пособиях автора показано, что, если все сигналы цепи удается разложить только по двум ортам любой формы, то в формуле реактивной мощности $(U_1*I_2 – U_2*I_1)$ можно использовать составляющие индивидуальных разложений сигналов каждого электроприемника по Фризе и баланс реактивных мощностей приобретает абсолютный характер. Только поэтому мы можем использовать индивидуальные варметры!

**Что же упущено в математике?** Математика имеет дело с множествами безразмерных объектов, над которыми определяются некоторые операции, не выводящие объекты за пределы этих множеств. Обычно начинают с операции сложения. Затем определяют возможности операции умножения, затем деления. Техники используют разделы математики для операций со своими множествами объектов, чаще имеющими размерность. Для электриков это СВЯЗАННЫЕ между собой множества напряжений и токов разной размерности. Внутри множества напряжений определены операции сложения и умножения, то же относится к множеству токов. Между этими множествами определена операция умножения, т.е. нахождения псевдомощностей, но не может быть операции сложения Вольт и Ампер. Действия над такими интересными множествами и упущены современной математикой. Грассман и Клиффорд в 19 веке начали получать нужные формулы, но не нашли для них примеров применения. Они даже вступали в конфликты с "кватернионистами" на чужом множестве одной размерности [6]. Теперь ясна правота обеих группировок: они решали разные полезные задачи. Практики не заметили упущения математиков так как для пространства трех измерений результаты были одинаковыми, а i, j, k всех устроили. Четвертое измерение потребовалось практикам только при подходе к проблемы "реактивной мощности нелинейного элемента" [2].

Литература

1. Железко Ю.С. О нормативных документах в области качества электроэнергии и условий потребления реактивной мощности // Электрические станции, 2002, N6. - С. 18-24.

2. Солодухо Я.Ю. Тенденции компенсации реактивной мощности. Реактивная мощность при несинусоидальных режимах работы/ Электротехническая промышленность. Серия 05. Обзорная информация. М.: Информэлектро, 1987. Ч.1. - 52 с.

3. Reactive Power and Distortion Power// Intern. Electrotechnical Commision, Technical Committe. N 25. Working Group 7. 1979 Document 25. Rep. 113.

4. Лохов С.П. Аддитивные составляющие квадрата полной мощности нелинейной однофазной цепи периодического напряжения/ Известия РАН. Энергетика, 2002, N 4. - С. 74-82.

5. Лохов С.П. Закон баланса квадрата полной мощности в электрических цепях и возможности его применения в многоставочных системах энергорасчетов/ Вестник УЮрГУ. Энергетика, вып.1. - Челябинск: ЮУрГУ, 2001, N 4. - С. 111-118.

6. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Пер. с нем./ Под ред. М.М.Постникова. - М.: Наука, 1989. - Т.1. - 456 с. –

Felix Klein. Vorlesungen uber die Fntwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert. Teil 1. Fur den Druck bearbeitet von R. Courant und O.Neugebauer. Berlin. Verlag von Julius Springer. 1926.

7. Киселев А.Н. под рук. А.П.Бутырина. Минимизация потерь энергии в линии, обусловленных каждым потребителем в отдельности/ Вестник МЭИ. Электротехника и электромеханика. - М.: МЭИ, 2002, N 1. - С. 36-42.