УДК 621.011+621.314

ЗАКОН БАЛАНСА КВАДРАТА ПОЛНОЙ МОЩНОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ И ВОЗМОЖНОСТИ ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ В МНОГОСТАВОЧНЫХ СИСТЕМАХ ЭНЕРГОРАСЧЕТОВ

С.П. Лохов
г. Челябинск, ЮУрГУ

Перед современными энергосистемами стоит задача распределения своих затрат между электроприемниками по показаниям измерительных приборов. Это три статьи затрат: 1) на первичные энергоносители (эксплуатационные издержки); 2) на основное оборудование для а) производства, б) передачи и распределения энергии (капитальные затраты); 3) на штрафы за ухудшение качества напряжения по вине одних электроприемников, компенсации другим невиновным в этом и определение своей доли вины (арбитраж). Разработка компенсирующих устройств, снижающих упомянутые затраты, – другая, уже техническая задача.

Ответственность каждого электроприемника по первой статье определяется формулой активной мощности P в интегральной форме (1а) через мгновенные напряжение $u(t)$ и ток $i(t)$ на периоде T, в компактной формуле скалярного произведения (1б) и его же другой форме записи (1в) через действующие значения U и I ортогональных составляющих разложений напряжения и тока в какой-то ряд.

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u \cdot i \cdot dt\,; \tag{1а}$$

$$P = \langle u, i \rangle\,; \tag{1б}$$

$$P = U_1 \cdot I_1 + U_2 \cdot I_2 + U_3 \cdot I_3 + ... \tag{1в}$$

Это могут быть как гармоники разложения в бесконечный ряд Фурье, так и составляющие разложений в конечные ряды. Минимальное число составляющих для одного электроприемника обеспечивает процедура разложения Грама-Шмидта. Активную мощность можно интегрировать, получая энергию – величину прямо пропорциональную эксплуатационным издержкам энергосистемы на топливо. Она является функцией второй степени относительно входящих в ее формулу (1) первичных функций времени (сигналов) и носит абсолютный характер.

Реализует скалярное произведение множительный элемент со сглаживающим фильтром на выходе. Определяет его любой ваттметр, где произведение сигналов пропорционально моменту, а его колебания фильтруются инерционностью стрелки. Можно говорить о мгновенном интегральном значении скалярного произведения, например мощности, согласно дифференциальному уравнению простейшего из фильтров

$$T\frac{dP(t)}{dt} + P(t) = u(t) \cdot i(t). \tag{2}$$

На измерительные приборы подаются не реальные токи и напряжения, а пропорциональные им сигналы. Поскольку статься посвящена измерениям, то обобщим токи и напряжения одним термином “сигнал”.

Затраты энергосистемы по второй статье (точнее второй – б) предлагается связать с определением полной мощности S на зажимах ее трансформаторов.

Принято многими определять полную мощность максимально возможной активной мощностью, которая может быть получена от того же трансформатора при той же загрузке, но оптимальном использовании. В реальных системах нет заметных несимметрий по фазам и несинусоидальностей, поэтому существующая система расчетов за получасовые максимумы активной и реактивной Q мощностей не противоречит заявленному здесь подходу, но не имеет полного теоретического обоснования для случая несинусоидальных форм токов и напряжений. Решение этой общей задачи ученые ошибочно связали с определением “реактивной мощности нелинейного элемента” по образу и подобию активной мощности (1) с тем, чтобы затем через нее определить полную мощность [1]. В работах [2–4] предложено качественно новый подход: сразу определять ответственность k-го элемента произвольной цепи за квадрат полной мощности трансформатора однофазного источника питания следующим набором эквивалентных формул

$$S_{sk}^2 = P_s \cdot P_k + Q_s \cdot Q_k + X_s \cdot X_k + Y_s \cdot Y_k + ...\,; \tag{3а}$$

$$S_{sk}^2 = ExS(\overline{S}_s \cdot \overline{S}_k)\,, \tag{3б}$$

$$S_{sk}^2 = ExS\{(U_{s1}\cdot v_1 + U_{s2}\cdot v_2 + ...)\times$$
$$\times(I_{s1}\cdot a_1 + I_{s2}\cdot a_2 + ...)\}\{(U_1\cdot v_1 +$$
$$+U_2\cdot v_2 + ...)(I_1\cdot a_1 + I_2\cdot a_2 + ...)\}\,, \tag{3в}$$

$$S_{sk}^2 = ExS\{...\}\{< U_1\cdot I_1 + U_2\cdot I_2 + U_3\cdot I_3 +$$
$$+U_4\cdot I_4 > w + \big[(U_1\cdot I_2 - U_2\cdot I_1)\cdot w_{1.2} +$$
$$+(U_1\cdot I_3 - U_3\cdot I_1)\cdot w_{1.3} + ... +$$
$$+(U_3\cdot I_4 - U_4\cdot I_3)\cdot w_{3.4}\big]\}\,, \tag{3г}$$

$$S_{sk}^2 = (U_{s1}\cdot I_{s1} + U_{s2}\cdot I_{s2} + U_{s3}\cdot I_{s3} + U_{s4}\cdot I_{s4})\times$$
$$\times(U_1\cdot I_1 + U_2\cdot I_2 + U_3\cdot I_3 + U_4\cdot I_4) +$$
$$+(U_{s1}\cdot I_{s2} - U_{s2}\cdot I_{s1})\cdot(U_1\cdot I_2 - U_2\cdot I_1) + \qquad (1\text{–}2)$$
$$+(U_{s1}\cdot I_{s3} - U_{s3}\cdot I_{s1})\cdot(U_1\cdot I_3 - U_3\cdot I_1) + \ldots + \quad (1\text{–}3)$$
$$+(U_{s3}\cdot I_{s4} - U_{s4}\cdot I_{s3})\cdot(U_3\cdot I_4 - U_4\cdot I_3)\,; \qquad (3\text{–}4) \tag{3д}$$

$$S_{sk}^2 = < u_s, i_s >< u_k, i_k > + \big[u_s, i_s\big]\big[u_k, i_k\big]\,; \tag{3е}$$

$$S_{sk}^2 = P_s\cdot P_k + D_s\cdot D_k\,; \tag{3ж}$$

$$S_{sk}^2 = < u_s, i_s >< u_k, i_k > - < u_s, i_k >< i_s, u_k > +$$
$$+ < u_s, u_k >< i_s, i_k >; \tag{3з}$$

$$S_{sk}^2 = \big[u_s, u_k\big]\big[i_s, i_k\big] + < u_s, u_k >< i_s, i_k >, \tag{3и}$$

где

$$D_s D_k = \sqrt{U_s^2 I_s^2 - P_s^2}\times$$
$$\times\frac{< u_s, u_k >< i_s, i_k > - < u_s, i_k >< u_k, i_s >}{\sqrt{U_s^2 I_s^2 - P_s^2}}.$$

В формулах (3г), (3д) индексы k опущены. При фиксированных габаритах идеализированного трансформатора число витков его обмотки пропорционально напряжению, а сечение провода обратно пропорционально. В итоге эквивалентное сопротивление обмотки оказывается пропорциональным среднему квадрату напряжения, а потери энергии в ней – произведению квадратов тока и напряжения, то есть квадрату полной мощности. Эти потери пропорциональны перегреву трансформатора, они определяют его габариты, то есть как-то характеризуют капитальные затраты. По крайней мере, лучше любого другого подхода. Сумма ответственностей по формуле (3) по всем элементам цепи сходится к квадрату полной мощности трансформатора и квадратам ее ортогональных составляющих

$$S_s^2 = P_s^2 + Q_s^2 + X_s^2 + Y_s^2 + ...; \tag{4а}$$

$$S_s^2 = P_s^2 + D_s^2; \tag{4б}$$

$$S_s^2 = (U_{s1}^2 + U_{s2}^2 + ..)(I_{s1}^2 + I_{s1}^2 + ...). \tag{4в}$$

Здесь P и Q – знакомые нам активная (1) и “реактивная” (пока только термином) мощности, X, Y, ... – любые другие составляющие (искажений, четных гармоник и др.), по выбору пользователя. Все неактивные члены удобно объединить в одну пассивную псевдомощность D. В формулах (3б), (3в) использована “векторная” форма записи с новыми “векторными размерными указателями” (в публикациях они назывались “комплексными размерностями”)

$$v_1 a_2 = -a_2 v_1 = w_{1.2}\,;\;\; v_1 a_1 = v_2 a_2 = ... = w;$$
$$w\cdot w = w_{1.2} w_{1.2} = s\,, \tag{5}$$

близкими по свойствам к числам Грассмана и Клиффорда [5]. Они антикоммутативны, число возможных произведений (векторных пар) N в формуле (3д) определяется через число выбранных ортогональных базисов n разложения сетевых сигналов формулой

$$N = n(n-1)/2, \tag{6}$$

как и у чисел Грассмана. Само число базисов может быть от одного (чисто активная линейная цепь) до бесконечности по выбору пользователя (даже при активной цепи), но не меньше числа при процедуре разложения Грама–Шмидта. И всегда экстракция (Extract S – похоже на извлечение реальной части комплекса) одноразмерных векторных пар с указателем s однозначно определяется двумя легко измеряемыми скалярными парами от четырех произвольных мгновенных функций времени $x(t)$ и т.д.

$$ExS\big[x, y\big]\big[z, w\big] = < x, z >< y, w > -$$
$$- < x, w >< y, z >. \tag{7}$$

Для упрощения записей операции ExS в формулах (3е), (3и) и далее опущены, так как прочие результаты комбинации в результате умножения нас не интересуют.

Можно сформулировать простое правило нахождение баланса S-квадрат любого из правого сомножителей в (3) с индексом k по всей цепи: сделать замену индексов k на s. В формулах (3а)...(3ж) баланс по всей цепи правых сомножителей сходится к левым сомножителям, в итоге к формуле (4), а баланс левого члена в (3и) сходится к векторным произведениям сигналов самих на себя, то есть к нулю. Формула (3д) сходится к (4в) или к тождеству Лагранжа. В работе [3] оно названо “тождеством Лохова”, так как в учебниках дается в усеченном виде, а полная форма была найдена позднее [6]. Автор извиняется перед читателями, хотя пока продолжает считать себя автором формы (3д) и ее введения вместе с полным тождеством Лагранжа в электротехнику.

В случае синусоидальных сигналов получаются только две базисные функции косинуса и синуса с индексами 1 и 2 в формулах (3г), (3д). Получаются два ортогональных члена в (3г) с классически определенными активной и реактивной мощностью в векторной записи $Pw + Qw_{1.2}$. Запись этого же в комплексном виде $P + j\,Q$ приводит к тому же численному результату, но она закрыло дорогу к поиску общего случая, и автор с ней не согласен.

Определить полную мощность многофазного трансформатора или многих трансформаторов как единого источника энергии энергосистемы через максимальную активную мощность при оптимальном использовании трансформатора сложно в общем случае из-за проблем с согласованием критериев оптимизации [4]. Например, если сохранить общие потери, то квадрат полной мощности системы трансформаторов выразится через напряжения, токи и эквивалентные сопротивления потерь источников формулой

$$S_s^2 = (U_1^2 / r_1^2 + U_2^2 / r_2^2 + ...)(I_1^2 r_1^2 + I_2^2 r_2^2 + ...). \quad (8)$$

Сопротивления в этой формуле сокращаются для случая одного источника (9а), при равных сопротивлениях одного многофазного трансформатора (9б) и в некоторых искусственных случаях [4].

$$S_s^2 = U_s^2 I_s^2; \quad (9а)$$

$$S_s^2 = (U_a^2 + U_b^2 + U_c^2 + ...)(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2 + ...). \quad (9б)$$

Формула (9а) получилась простой, удовлетворяющей всем подходам и любым критериям оптимизации, ей соответствуют предложенные красивые формулы энергетических балансов (3) [2−4]. Формула (9б) нравится многим из-за того, что соответствует подключению к трансформатору симметричной активной нагрузке. Однако, это означает, что по проводнику фазы наибольшего напряжения идет наибольший ток, ее обмотка получается перегретой, хотя общие потери трех обмоток достигают минимума. Если общий масляный бак как-то выравнивает температуры обмоток трехфазного трансформатора, то оптимальность решения для случая трех отдельных трансформаторов по формуле (9б) может быть поставлена под сомнение. Автор указывает на эти сложности, не найдя приемлемого решения. В работе [4] рассмотрены разные варианты связей при нахождении максимальной активной мощности.

Работа [4] посвящена поиску трехфазных энергетических балансов к формуле (9б). Пояснить сложность задачи можно предложением читателю не знакомясь с предложениями автора самому выбрать одну из формул ответственности фазы “а” за квадрат полной мощности по формуле (9б)

$$S_{sa}^2 = (U_a^2 + U_b^2 + U_c^2) I_a^2; \quad (10а)$$

$$S_{sa}^2 = U_a^2 (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2). \quad (10б)$$

Обе формулы обеспечивают сходимость по всем фазам к значению (9б), но ответственность фазы при несимметричных напряжениях и токах получается различной по двум формулам (10), то есть нарушается “справедливость” распределения общего баланса между электроприемниками.

Надо сообщить, что подход работы [4] пока не привел к принятой в ТОЭ формуле реактивной мощности в трехпроводной сети через сумму скалярных произведений фазных токов на противоположные линейные напряжения. А по этой формуле конструируются счетчики реактивной мощности и варметры. Показано, что формула определяет часть пассивной мощности, которая может быть скомпенсирована аппаратом обмена мгновенной мощности между фазами без накопителей энергии и только.

Идеализированный трансформатор является не только объектом оптимизации для определении электрических понятий, но и аппаратным средством инвариантных преобразований электрических сигналов. Через “трансформаторные преобразования” в работе [4] получены формулы ответственности элемента цепи перед одним однофазным и трехфазным источником питания. Предлагается распространить этот прием на случай многих источников питания. Полученные результаты будут носить общий характер, так как и в механике есть редукторы – полные аналоги трансформаторов. Рисунок и формулы даны для случая трех источников с индексацией под трехфазную систему, но ими охвачен более общий случай, так как показанные источники не имеют общих точек, а число источников не ограничено.

Число независимых однофазных многообмоточных трансформаторов равно числу источников питания. Для наглядности на первичной стороне каждого имеется один виток, числа витков на вторичных сторонах равны коэффициентам трансформации. Тогда вся система преобразования энергии описывается двумя системами уравнений (почти аффинных преобразований многомерных осей) и соответствующими им двумя обратными системами.

$$\begin{aligned} u_a &= k_{11}u_x + k_{12}u_y + k_{13}u_z; \\ u_b &= k_{21}u_x + k_{22}u_y + k_{23}u_z; \\ u_c &= k_{31}u_x + k_{32}u_y + k_{33}u_z; \end{aligned} \quad (11а)$$

$$\begin{aligned} i_x &= k_{11}i_a + k_{21}i_b + k_{31}i_c; \\ i_y &= k_{12}i_a + k_{22}i_b + k_{32}i_c; \\ i_z &= k_{13}i_a + k_{23}i_b + k_{33}i_c. \end{aligned} \quad (11б)$$

Написанным уравнениям соответствуют какие-то инвариантные соотношения, которые смогут пояснить математики, но электрик по нарисованной схеме сразу напишет формулу баланса активных мощностей на разных сторонах трансформаторов не зависимо от коэффициентов трансформации

$$\begin{aligned} &< u_a, i_a > + < u_b, i_b > + < u_c, i_c > = \\ &= < u_x, i_x > + < u_y, i_y > + < u_z, i_z >, \end{aligned} \quad (12)$$

хотя математически это надо еще доказывать особенно при нулевом определителе системы!

Если предположить, что выполняется не только баланс активных мощностей между элементами цепи и многими источниками ее питания, но и баланс новых “пассивных” псевдомощностей в форме записи (3з), (3и), то получится формула ответственности k-го элемента.

$$\begin{aligned} PD_{sk}^2 = &\{< u_a, i_a > + < u_b, i_b > + < u_c, i_c >\} \times \\ &\times < u_k, i_k > + \{[u_a, i_a] + [u_b, i_b] + [u_c, i_c]\}[u_k, i_k], \end{aligned} \quad (13)$$

за новую “активно-пассивную” величину PD-квадрат (сумма P-квадрат и D-квадрат), как составляющую будущего S-квадрата всей энергосистемы. Баланс по всем элементам цепи сходится к инвариантной величине (14а).

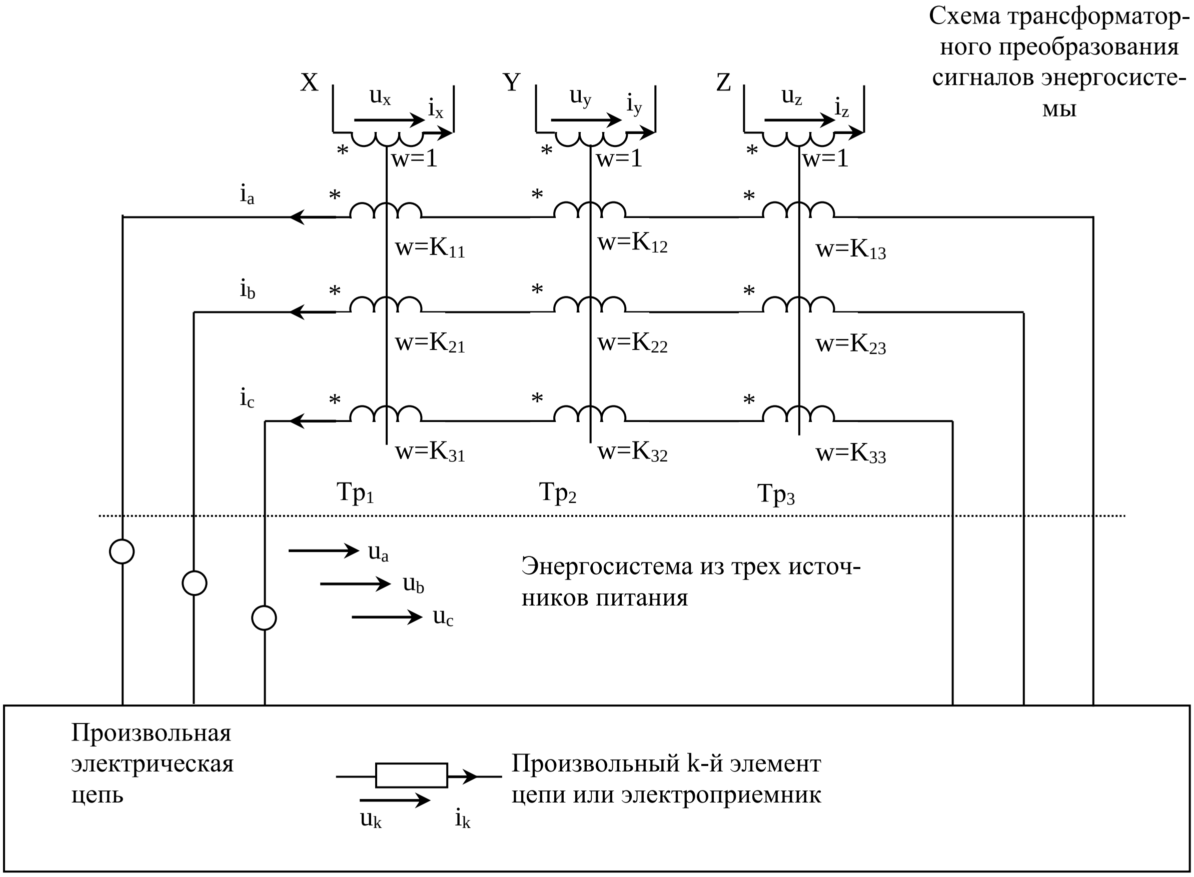

Рис. 1. Обобщенная система энергоснабжения (ниже штриховой линии) и схема её трансформаторного преобразования (выше)

$$PD_s^2 = \{<u_a,i_a> + <u_b,i_b> + <u_c,i_c>\}^2 + \\ +\{[u_a,i_a]+[u_b,i_b]+[u_c,i_c]\}^2; \tag{14а}$$

$$PD_s^2 = \{<u_x,i_x> + <u_y,i_y> + <u_z,i_z>\}^2 + \\ +\{[u_x,i_x]+[u_y,i_y]+[u_z,i_z]\}^2. \tag{14б}$$

Подстановки в (14 а) формул (11а) и обратного решения системы (11б) приводят после сокращения коэффициентов трансформации к формуле (14б), а в итоге – к новому тождеству или инварианту (14). Векторные пары в формулах (13), (14) могут быть просто преобразованы к аппаратно измеряемым скалярным через тождество (7), но результат преобразования здесь не приводится из-за громоздкости. В частном случае синусоидальных сигналах квадратные скобки заменяются на обычные реактивные мощности Q без векторных указателей (точнее – с одинаковым указателем $w_{1.2}$ для всех фаз) и получается привычная электрику формула квадратичных балансов сумм активных и реактивных мощностей с любой стороны трансформаторов. В общем случае на место квадратных скобок ставятся парные взаимодействия типа (3д) с указателями парных комбинаций $w_{1.2}$, $w_{1.3}$, $w_{2.3}$, которые “укажут”, что с чем взаимодействует при сложении и умножении. Но польза такой записи для расчетов сомнительна, так как проще сразу находить результаты через приведение векторных пар к скалярным (7).

В общем случае несимметричных по фазам (по источникам) сигналов S-квадрат (9б) больше *PD*-квадрат (14), а равенство получается при симметрии численных значений взаимодействий сигналов разных фаз. То есть формы сигналов могут быть разными по фазам и не совпадать при их “сдвиге по фазе” (автор не признает физичность операций сдвига в электротехнике). Полная мощность по формуле (9б) получается одинаковой с разных сторон трансформаторов только в частном случае, при определенных соотношениях между коэффициентами трансформации в системах уравнений (11). В этом случае девять произвольных коэффициентов сокращаются до двух, например, до общего коэффициента трансформации суммы квадратов напряжений и “угла поворота” [4, 7]. В работе [7] эти же формулы “поворота осей” получены не как “трансформаторные” (см. рис. 1) или как приближающиеся к “аффинным” в системах (11), а как принятые в теории электрических машин – “линейные” через проекции симметричных векторов на симметричные оси с другим углом.

Числа проводников сверху и снизу схемы трансформаторного преобразования сигналов (см. рис. 1) могут быть различными, но при этом со стороны большего числа проводников должны быть какие-то дополнительные электрические соединения (связи), например, соединение нескольких проводов в одни точки (нули). Тогда мы получаем схему трансформаторного преобразования числа фаз или числа источников энергии. В системе уравнений (11) надо соответствующее число связей число строк заменить на уравнения электрических соединений, например, суммы токов в точках соединений равны нулю. В случае трехфазно-двухфазных преобразований система уравнений энергетических балансов будут иметь вид баланса активных мощностей (15а), *D*-квадрат баланса пассивных мощностей (15б) и *S*-квадрат баланса полных мощностей (15в).

$$< u_x, i_x > + < u_y, i_y > + < u_z, i_z >= \\ =< u_d, i_d > + < u_q, i_q >; \qquad (15а)$$

$$(U_a^2 + U_b^2 + U_c^2)(I_a^2 + I_b^2 + I_c^2) = \\ = (U_d^2 + U_q^2)(I_d^2 + I_q^2). \qquad (15б)$$

$$\{[u_x, i_x] + [u_y, i_y] + [u_z, i_z]\}^2 = \\ = \{[u_d, i_d] + [u_q, i_q]\}^2; \qquad (15в)$$

Балансы (15а), (15б) справедливы при любых коэффициентах трансформации, а (15в) требует наложения специальных связей на эти коэффициенты [4]. В форме (15б) удалена составляющая *P*-квадрат форма (14), так как теперь имеется форма (15а). Поскольку реальные “фазоповоротные” и “фазопреобразующие” трансформаторы в энергосистемах выполняются с симметричными системами обмоток [4], то в них упомянутые связи уже заложены и баланс полных мощностей (15 в) выполняется. Поэтому балансы активных, реактивных и полных мощностей (15) на разных сторонах трансформаторов могут быть восприняты электриками как очевидные. Если это будет воспринято так, то автор дал хорошее определение *D*-квадрат и *S*-квадрат в общем случае сигналов произвольных форм, которое нигде не вступает в конфликт с практикой!

Полученные в промежутке формулы трехфазно–двухфазных трансформаторных преобразований оказались отличающимися от принятых в электрических машинах “линейных преобразований осей”, например [7]. Когда баланс активных мощностей не сошелся в 1,5 раза, авторы одних учебников просто ввели коэффициент 1,5 в уравнения Парка−Горева двухфазной электрической машины. Получилось, что внутри машины все процессы идут при меньшей мощности, но перед выходом на вал ошибка исправляется. Но для процессов внутри обобщенной машины ошибка не исправлена! И баланс полных мощностей (15) не выполняется! В других учебниках без доказательства написаны правильные уравнения преобразований симметричных электрических осей. Указание на это – побочный результат предлагаемых преобразований [4].

Для желающих принять участие в дискуссии надо отметить: насколько проще преобразования несимметричных осей с помощью трансформаторов (см. рис. 1) при сигналах любых форм, чем принятые в учебниках преобразования проекцией симметричных осей на другие симметричные оси и только для синусоидальных сигналов!

Предложенный подход позволяет определить как полную ответственность электроприемника за S-квадрат однофазной сети с одним источником (3) или пока *PD*-квадрат сети со многими источниками (13), так и ответственность по его отдельным составляющим от пассивной, реактивной до, например, пятой гармоники (3д). Положительное значение, например, произведения пассивных составляющих *D* в формуле (3ж) будет означать какую-то плату энергосистеме, а отрицательное – наоборот, плату электроприемнику или компенсатору (премию).

Переводы плат в рубли нас пока не интересуют, расплачиваемся в ВА в квадрате.

Если предположить, что все источники и приемники подключены к одному проводнику, то напряжение на всех будет одинаковым и формула (13) упрощается к виду

$$PD_{sk}^2 = U_s^2\{< i_a, i_k > + < i_b, i_k > + < i_c, i_k >\}. \qquad (16)$$

Пусть к одному проводнику сети постоянного напряжения 1 В подключены источники А и В с токами 3 + 2 = 5А и два электроприемника 1 и 2 с токами 6–1= 5А. Собственные квадраты полных мощностей элементов системы составят соответственно 9, 4, 36, 1 ВА в квадрате, хотя при одном источнике в 5А квадрат его полной мощности был бы 25. Расчеты по формуле (16) сведены к виду (17а).

Расходы электроприемников

Эл. пр-ки	*PD*-квадраты	Эл. пр-ки	*PD*-квадраты
1	18 +12 = 30	1	18 +12 +6 = 36
2	−3 – 2 = –5 (17а)		(17б)

Приходы источников

Источники	А	В		Источники	А	В	2	
От эл.пр.	15	10	= 25	От эл.пр.	18	12	6	= 36
В общие	–6	–6	= –12	В общие	–9	–8	–5	= –22
Собств.	9	4	= 13	Собств.	9	4	1	= 14
Эл. пр-ки 1 и 2				Эл. пр-к 2 как источник 2				

Видно, что 1-й приемник заплатит 30 за загрузку трансформаторов, 2-й – получит премию –5 за их разгрузку или за компенсацию в общей сети, источники поделят платы за квадрат своей полной мощности 25 как 15 и 10. Но почему источник А собственной мощностью 9 ВА в квадрате получит плату 15 ВА в квадрате? Все дело в квадратичной зависимости нагрева трансформаторов от тока, когда единственный приемник 1 А должен заплатить 1 А в квадрате, а приемник 5 А – заплатит 25 А в квадрате. И этот приемник “не знает”, сколько источников его питают – это уже дело энергосистемы, ее же дело поделить эти 25 А в квадрате. Другое дело, что стоимость 1 А в квадрате в системе источников будет ниже, чем при одном источнике, но это уже другая задача перевода этих аппаратно измеряемых результатов в рубли.

Можно считать каждый источник в примере (17а) самим по себе и считать все остальное вне его – электроприемниками, включая другие источники, по формуле (3). Тогда оказывается, что А и В должны заплатить друг другу по –6 ВА в квадрате за разгрузку своих трансформаторов. Если они отдадут –12 “В общие” доходы энергосистемы, то источники получат квадраты “Собственных” мощностей 9 и 4. Этот аппаратно измеряемый платеж 12 ВА в квадрате в “РАО ЕС России” за принятия источника в ее ряды еще требует осмысления.

Из-за относительного характера энергорасчетов возникает “парадокс полной компенсации” [3], когда, например, компенсатор своей реактивной мощностью Q обеспечил полную компенсацию сети и по формуле (3а) получит за работу $0 \cdot Q = 0$. То же было бы в примере (17а), если бы приемник 2 имел ток –6 А и полностью разгрузил сеть. С точки зрения сети все правильно: питаете (компенсируете) друг друга – сами и разбирайтесь, а трансформаторы сети вами не загружены. Однако, если компенсатор и создавался для этой разгрузки, что делать? Путь сравнения вариантов работы с компенсатором и без него дан в работе [3]. Здесь предлагается другое решение из-за появления формулы (13): надо отнести компенсатор к собственности энергосистемы и рассмотреть его как еще один источник питания! Перерасчеты при отнесении приемника 2 к источникам даны в примере (17б). Возможна “передача энергосистеме” какой-то составляющей тока электроприемника, например, 5-й гармоники специальной резонансной цепочки без активной составляющей, за которую надо будет платить по обычным расценкам. Как при сравнении двух вариантов [3], так и при отнесении чего-то к другой собственности требуется субъективное участие энергосистемы, которая должна дать свое согласие на такие расчеты. Получается, что нулевой баланс активных мощностей в любой замкнутой цепи носит абсолютный характер, а предлагаемый в [2−4] и здесь баланс ответственностей за квадрат полной мощности можно составить после субъективного деления электрической цепи на источники и приемники как по элементам цепи, так даже по отдельным составляющим токов элементов. Все!

По мнению автора решение данной прикладной задачи было затянуто из-за путаницы электриками методов и объектов комплексного, векторного и других анализов, но не только!

Действительные и комплексные числа образуют поле, они могут быть корнями полинома (основная теорема алгебры) или системы уравнений, комплексные переменные (координаты) должны иметь одинаковую размерность (метры, Вольты, Амперы), хотя математики утверждают, что они имеют дело с безразмерными объектами. Но в наших технических уравнениях можно извлечь корень не только из 4-х кв. метров, Герц или Вольт в квадрате, но и из минус 4-х. Это и позволило использовать комплексы в законах Кирхгофа для расчета цепей при известных ограничениях, т.е. не в общем случае. Комплексные КООРДИНАТЫ (напряжения и токи) изображают векторами на комплексной плоскости, хотя это не объекты векторного анализа. Комплексные (включая действительные) координаты умножаются на комплексные ПАРАМЕТРЫ (матрицы сопротивлений, коэффициентов трансформации (11) или передачи). При этом происходит вращение комплексной координаты в той же плоскости (в том же поле). Над комплексами в математике определены операции сложения, умножения, деления. Техники используют их, но аккуратно: складывают и умножают координаты одной размерности, умножают координату на параметр, но не складывают и умножают координаты разных размерностей, строят в одном цвете векторные диаграммы токов, в другом – напряжений. Своей подтвержденной практикой аккуратностью техники по сути определили новый тип операций над объектами РАЗНОРАЗМЕРНЫХ СВЯЗАННЫХ МНОЖЕСТВ.

При энергетическом балансе надо перемножать координаты разных размерностей, а это не исследованные в классической математике объекты разноразмерных связанных множеств: ток и напряжение, сила и скорость, момент и угловая скорость. Указанные координаты вообще нельзя складывать, но можно перемножать, получая мощность, а в общем случае векторную мощность, как в данной статье. В результате умножения получаются уравнения, не имеющие обратного решения, так как нельзя извлечь корень из 4-х Ватт. Значит, первичные объекты разноразмерных множеств не удовлетворяют основной теореме алгебры, они не могут быть числами. Именно так Ф.Клейн отказал кватернионам в праве называться (гиперкомплексными) числами, так как их можно перемножать, но нельзя найти обратное решение [5]. Здесь надо привлекать другой аппарат уже из области векторного анализа. То есть запись комплексной мощности $P + jQ$ исходно не правильна, тем более сейчас, после получения решения в общем случае (3б)...(3д), от которого она уводит. Различные школы математиков использовали в векторном анализе гиперкомплексные числа, кватернионы и октавы, числа Грассмана и Клиффорда. Основы анализа закладывались в XIX веке, когда “грассманианцы и кватернионисты вели друг с другом ожесточенную борьбу,... эти школы распадались на дико враждующие группировки” [5]. Сейчас в высшей технической школе преподают линию кватернионистов: действительные числа, комплексные, кватернионы и т.д. Матричное описание – это просто форма записи, которую одинаково применяют все школы, но в нем затушевываются нюансы. В работе [3] показано, как электрик после школы кватернионов повторно открывал близкое к Грассману направление на прикладной задаче.

Оказалось, что в трехмерном пространстве привычные нам символы кватернионов *i, j, k* ведут себя так же, как символы Грассмана, поэтому положительная практика применения кватернионов ничего не доказывает. Различия начинаются с четырехмерного пространства, и не найти примеров применения кватернионов в учебниках (есть доказательства без примеров). Здесь приведен пример применения "векторных указателей" (3г), (3д), а в работе [3] на примерах показана неприменимость кватернионов для этого же. Но далее грассманианцы искали приложений в одноразмерных (безразмерных) многомерных пространствах и не получили заслуживающих внимания результатов, впрочем, как и кватернионисты. У них не было осязаемых примеров многомерных пространств для проверок правильности. А надо было решать реальные задачи окружающего мира, начать исследовать реальные связанные разноразмерные пространства напряжений и токов, усилий и скоростей.

Все разногласия связаны с определением понятия векторного произведения. И здесь надо также избежать путаницы. Векторное произведение используют для решения двух (прикладных) задач: вращения осей в многомерном пространстве и определения предложенной векторной мощности с дальнейшими умножениями результатов умножения. С точки зрения электрика первая задача напоминает умножение координаты (комплекса, вектора) на параметр (он тоже может быть векторным) без изменения размерностей, как в уравнениях преобразования фаз (11). Уравнения можно переписать в матричной форме. К системе трансформаторов (см. рис. 1) можно подключить вторую систему, описав ее в матричной форме.

Электрик тут же определит результаты на выходе через произведения коэффициентов трансформации, а математик эту систему сложных функций матрицы от матрицы определит операцией умножения двух матриц. Под эти операции умножения подстраиваются правила перемножения гиперкомплексных чисел и наоборот. Но электрику понятно, сколько не трансформируй (умножай на гиперкомплексы) многофазное напряжение оно останется многофазным напряжением.

Общепринятые операции умножения матриц, гиперкомплексов, кватернионов решают задачи вращения осей или преобразования электрических фаз. Это задачи умножения ПАРАМЕТРА НА ПАРАМЕТР. Жизнь требует решения и качественно другой задачи умножения КООРДИНАТЫ НА КООРДИНАТУ. К решению второй задачи подступили грассманианцы, но они не могли ее решить, так как придерживались принятых канонов исследования одноразмерных (безразмерных) пространств и строили в одном цвете красивые многогранники на бумаге. Напрасно "дико враждовали группировки", они просто пытались решить качественно разные задачи!

Заключение

Предложенный в работах [2−4] качественно новый подход к определению ответственностей электроприемников или их отдельных составляющих (пятых гармоник, например) за загрузку трансформатора одного источника питания (баланса ответственностей, сходящийся к квадрату полной мощности источника) частично распространен на общий случай энергосистемы с многими источниками питания. "Частичность" объясняется сложностью определения понятия одной полной мощности многих источников, с чего следует начать общее решение проблемы. Однако получена важная "часть" ненайденного общего баланса – квадрат его активно-пассивной составляющей (13) – и показано, что она обладает инвариантностью при прохождение через систему идеальных трансформаторов (см. рис. 1) при любых коэффициентах трансформации (15б), как и активная мощность (15а). Полная мощность (15в) инвариантна только при определенных коэффициентах трансформации в этой системе.

Баланс активных мощностей в произвольной цепи носит абсолютный характер и не зависит от деления ее элементов на источники и приемники энергии. Баланс же ответственностей за квадрат полной мощности зависит от субъективно проведенной границы между источниками (энергосистемой) и приемниками.

Возникающие при этом парадоксы, например, полной компенсации, решаются субъективной передачей компенсаторов "в собственность энергосистемы".

Требует осмысления часть составляющей ответственности электроприемника перед всей энергосистемой, а не перед конкретными источниками за загрузку их трансформаторов.

Предложенный прием измерения взаимодействий сигналов источников и приемников энергии, наверное, может быть использован при решении последней задачи: определения степени виновности приемника в ухудшении качества напряжения сети.

Все предложения статьи аппаратно реализованы через скалярные произведения сигналов (1), (2), для чего могут быть использованы множительные элементы с фильтрами, индукционные счетчики, ваттметры.

Решение данной прикладной задачи может иметь интересные общетеоретические последствия для ТОЭ и математики.

Литература

1. Солодухо Я.Ю. Тенденции компенсации реактивной мощности. Реактивная мощность при несинусоидальных режимах работы/ Электротехническая промышленность. Серия 05. Обзорная информация. –М.: Информэлектро, 1987. – Ч.1.
2. Лохов С.П. Способ определения величины потерь в сети электроснабжения/ Патент России № 1552111.// Б.И. – 1990.– № 11.
3. Лохов С.П. Энергетические составляющие мощности вентильных преобразователей. Однофазные цепи.– Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 1999. – Ч.1.
4. Лохов С.П. Энергетические составляющие мощности вентильных преобразователей. Многофазные цепи.–Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 1999.–Ч.2.
5. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Пер. с нем./ Под ред. М.М. Постникова. – М.: Наука, 1989. – Т.1.
6. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1969.
7. Важнов А.И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – Л.: Энергия, 1980.

Лохов Сергей Прокопьевич, 1945 г.р., докт. техн. наук, профессор кафедры “Электропривод и автоматизация промышленных установок” ЮжноУральского государственного университета. Интересы: силовая электроника, микропроцессорная техника.